# 中考数学复习 圆精讲（含答案）

来源：网络 作者：清风徐来 更新时间：2025-04-05

*圆知识点一、圆的定义及有关概念[来源:学&科&网Z&X&X&K]1、圆的定义：平面内到定点的距离等于定长的所有点组成的图形叫做圆。2、有关概念：弦、直径;弧、等弧、优弧、劣弧、半圆;弦心距;等圆、同圆、同心圆。圆上任意两点间的部分叫做圆弧，...*

圆

知识点一、圆的定义及有关概念[来源:学&科&网Z&X&X&K]

1、圆的定义：平面内到定点的距离等于定长的所有点组成的图形叫做圆。

2、有关概念：弦、直径;弧、等弧、优弧、劣弧、半圆;弦心距;等圆、同圆、同心圆。

圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧。连接圆上任意两点间的线段叫做弦，经过圆心的弦叫做直径，直径是最长的弦。

在同圆或等圆中，能够重合的两条弧叫做等弧。

例

P为⊙O内一点，OP=3cm，⊙O半径为5cm，则经过P点的最短弦长为\_\_\_\_\_\_\_\_；最长弦长为\_\_\_\_\_\_\_．

解题思路：圆内最长的弦是直径，最短的弦是和OP垂直的弦，答案：10

cm，8

cm.知识点二、平面内点和圆的位置关系

平面内点和圆的位置关系有三种：点在圆外、点在圆上、点在圆内

当点在圆外时，d＞r；反过来，当d＞r时，点在圆外。

当点在圆上时，d＝r；反过来，当d＝r时，点在圆上。

当点在圆内时，d＜r；反过来，当d＜r时，点在圆内。

例

如图，在中，直角边，点，分别是，的中点，以点为圆心，的长为半径画圆，则点在圆A的\_\_\_\_\_\_\_\_\_，点在圆A的\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

解题思路：利用点与圆的位置关系，答案：外部，内部

练习：在直角坐标平面内，圆的半径为5，圆心的坐标为．试判断点与圆的位置关系．

答案：点在圆O上．

知识点三、圆的基本性质

1圆是轴对称图形，其对称轴是任意一条过圆心的直线。

2、垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的弧。

垂径定理的推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦对的弧。

3、圆具有旋转对称性，特别的圆是中心对称图形，对称中心是圆心。

圆心角定理：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等。

4、圆周角定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。[来源:学科网ZXXK]

圆周角定理推论１：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等。

圆周角定理推论２：直径所对的圆周角是直角；９０°的圆周角所对的弦是直径。

例1

如图，在半径为5cm的⊙O中，圆心O到弦AB的距离为3cm，则弦AB的长是（）

A．4cm

B．6cm

C．8cm

D．10cm

解题思路：在一个圆中，若知圆的半径为R，弦长为a，圆心到此弦的距离为d，根据垂径定理，有R2=d2+（）2，所以三个量知道两个，就可求出第三个．答案C

例2、如图，A、B、C、D是⊙O上的三点，∠BAC=30°，则∠BOC的大小是（）

A、60°

B、45°

C、30°

D、15°

解题思路：运用圆周角与圆心角的关系定理，答案：A

例3、如图1和图2，MN是⊙O的直径，弦AB、CD相交于MN上的一点P，∠APM=∠CPM．

（1）由以上条件，你认为AB和CD大小关系是什么，请说明理由．

（2）若交点P在⊙O的外部，上述结论是否成立？若成立，加以证明；若不成立，请说明理由．

(1)

(2)

解题思路：（1）要说明AB=CD，只要证明AB、CD所对的圆心角相等，只要说明它们的一半相等．

上述结论仍然成立，它的证明思路与上面的题目是一模一样的．

解：（1）AB=CD

理由：过O作OE、OF分别垂直于AB、CD，垂足分别为E、F

∵∠APM=∠CPM

∴∠1=∠2

OE=OF

连结OD、OB且OB=OD

∴Rt△OFD≌Rt△OEB

∴DF=BE

根据垂径定理可得：AB=CD

（2）作OE⊥AB，OF⊥CD，垂足为E、F

∵∠APM=∠CPN且OP=OP，∠PEO=∠PFO=90°

∴Rt△OPE≌Rt△OPF

∴OE=OF

连接OA、OB、OC、OD

易证Rt△OBE≌Rt△ODF，Rt△OAE≌Rt△OCF

∴∠1+∠2=∠3+∠4

∴AB=CD

例4．如图，AB是⊙O的直径，BD是⊙O的弦，延长BD到C，使AC=AB，BD与CD的大小有什么关系？为什么？

解题思路：BD=CD，因为AB=AC，所以这个△ABC是等腰，要证明D是BC的中点，只要连结AD证明AD是高或是∠BAC的平分线即可．

解：BD=CD

理由是：如图24－30，连接AD

∵AB是⊙O的直径

∴∠ADB=90°即AD⊥BC

又∵AC=AB

∴BD=CD

知识点四、圆与三角形的关系

1、不在同一条直线上的三个点确定一个圆。

2、三角形的外接圆：经过三角形三个顶点的圆。

3、三角形的外心：三角形三边垂直平分线的交点，即三角形外接圆的圆心。

4、三角形的内切圆：与三角形的三边都相切的圆。

5、三角形的内心：三角形三条角平分线的交点，即三角形内切圆的圆心。

例1

如图，通过防治“非典”，人们增强了卫生意识，大街随地乱扔生活垃圾的人少了，人们自觉地将生活垃圾倒入垃圾桶中，如图24－49所示，A、B、C为市内的三个住宅小区，环保公司要建一垃圾回收站，为方便起见，要使得回收站建在三个小区都相等的某处，请问如果你是工程师，你将如何选址．

解题思路：

连结AB、BC，作线段AB、BC的中垂线，两条中垂线的交点即为垃圾回收站所在的位置．

例2

如图，点O是△ABC的内切圆的圆心，若∠BAC=80°，则∠BOC=（）

A．130°

B．100°

C．50°

D．65°

解题思路：此题解题的关键是弄清三角形内切圆的圆心是三角形内角平分线的交点，答案A

例3

如图，Rt△ABC，∠C=90°，AC=3cm，BC=4cm，则它的外心与顶点C的距离为（）．

A．5

cm

B．2.5cm

C．3cm

D．4cm

解题思路：直角三角形外心的位置是斜边的中点，答案

B

知识点五、直线和圆的位置关系：相交、相切、相离

当直线和圆相交时，d＜r；反过来，当d＜r时，直线和圆相交。[来源:Zxxk.Com]

当直线和圆相切时，d＝r；反过来，当d＝r时，直线和圆相切。

当直线和圆相离时，d＞r；反过来，当d＞r时，直线和圆相离。

切线的性质定理：圆的切线垂直于过切点的直径

切线的判定定理：经过直径的一端，并且垂直于这条直径的直线是圆的切线。

切线长：在经过圆外一点的圆的切线上，这点到切点之间的线段的长叫做这点到圆的切线长。

切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和圆外这点的连线平分两条切线的夹角。

例1、在中，BC=6cm，∠B=30°，∠C=45°，以A为圆心，当半径r多长时所作的⊙A与直线BC相切？相交？相离？

解题思路：作AD⊥BC于D

在中，∠B=30°

∴

在中，∠C=45°

∴

CD=AD

∵

BC=6cm

∴

∴

∴

当时，⊙A与BC相切；当时，⊙A与BC相交；当时，⊙A与BC相离。

例2．如图，AB为⊙O的直径，C是⊙O上一点，D在AB的延长线上，且∠DCB=∠A．

（1）CD与⊙O相切吗？如果相切，请你加以证明，如果不相切，请说明理由．

（2）若CD与⊙O相切，且∠D=30°，BD=10，求⊙O的半径．

解题思路：（1）要说明CD是否是⊙O的切线，只要说明OC是否垂直于CD，垂足为C，因为C点已在圆上．

由已知易得：∠A=30°，又由∠DCB=∠A=30°得：BC=BD=10

解：（1）CD与⊙O相切

理由：①C点在⊙O上（已知）

②∵AB是直径

∴∠ACB=90°，即∠ACO+∠OCB=90°

∵∠A=∠OCA且∠DCB=∠A

∴∠OCA=∠DCB

∴∠OCD=90°

综上：CD是⊙O的切线．

（2）在Rt△OCD中，∠D=30°

∴∠COD=60°

∴∠A=30°

∴∠BCD=30°

∴BC=BD=10

∴AB=20，∴r=10

答：（1）CD是⊙O的切线，（2）⊙O的半径是10．

知识点六、圆与圆的位置关系

重点：两个圆的五种位置关系中的等价条件及它们的运用．

难点：探索两个圆之间的五种关系的等价条件及应用它们解题．

外离：两圆没有公共点，一个圆上所有的点都在另一个圆的外部相离：

内含：两圆没有公共点，一个圆上所有的点都在另一个圆的内部

相切：

外切：两圆只有一个公共点，除公共点外一个圆上所有的点都在另一个圆的外部

内切：两圆只有一个公共点，除公共点外一个圆上所有的点都在另一个圆的内部

相交：两圆只有两个公共点。

设两圆的半径分别为r1、r2，圆心距（两圆圆心的距离）为d，则有两圆的位置关系，d与r1和r2之间的关系．

外离d>r1+r2

外切d=r1+r2

相交│r1－r2│1+3，外离．

（2）设B（x，0）x≠－2，则AB=，⊙B半径为│x+2│，①设⊙B与⊙A外切，则=│x+2│+1，当x>－2时，=x+3，平方化简得：x=0符题意，∴B（0，0），当x－2（舍），②设⊙B与⊙A内切，则=│x+2│－1，当x>－2时，=x+1，得x=4>－2，∴B（4，0），当xEB，即大树必位于欲修建的水池边上，应重新设计方案．

∵当x=2.4时，DE=5

∴AD=3.2，由圆的对称性知满足条件的另一设计方案，如图所示:

此时，AC=6，BC=8，AD=1.8，BE=3.2，这样设计既满足条件，又避开大树．

知识点八、弧长和扇形、圆锥侧面积面积

重点：n°的圆心角所对的弧长L=，扇形面积S扇=、圆锥侧面积面积及其它们的应用．

难点：公式的应用．

1．n°的圆心角所对的弧长L=

2．圆心角为n°的扇形面积是S扇形=

3.全面积是由侧面积和底面圆的面积组成的，所以全面积=rL+r2．

例1．操作与证明：如图所示，O是边长为a的正方形ABCD的中心，将一块半径足够长，圆心角为直角的扇形纸板的圆心放在O处，并将纸板绕O点旋转，求证：正方形ABCD的边被纸板覆盖部分的总长度为定值a．

解题思路：如图所示，不妨设扇形纸板的两边与正方形的边AB、AD分别交于点M、N，连结OA、OD．

∵四边形ABCD是正方形

∴OA=OD，∠AOD=90°，∠MAO=∠NDO，又∠MON=90°，∠AOM=∠DON

∴△AMO≌△DNO

∴AM=DN

∴AM+AN=DN+AN=AD=a

特别地，当点M与点A（点B）重合时，点N必与点D（点A）重合，此时AM+AN仍为定值a．故总有正方形的边被纸板覆盖部分的总长度为定值a．

例2．已知扇形的圆心角为120°，面积为300cm2．

（1）求扇形的弧长；

（2）若将此扇形卷成一个圆锥，则这个圆锥的轴截面面积为多少？

解题思路：（1）由S扇形=求出R，再代入L=求得．（2）若将此扇形卷成一个圆锥，扇形的弧长就是圆锥底面圆的周长，就可求圆的半径，其截面是一个以底是直径，圆锥母线为腰的等腰三角形．[来源:学。科。网Z。X。X。K]

解：（1）如图所示：

∵300=

∴R=30

∴弧长L==20（cm）

（2）如图所示：

∵20=20r

∴r=10，R=30

AD==20

∴S轴截面=×BC×AD

=×2×10×20=200（cm2）

因此，扇形的弧长是20cm卷成圆锥的轴截面是200cm2．

最新考题

中考要求及命题趋势

1、理解圆的基本概念与性质。

2、求线段与角和弧的度数。

3、圆与相似三角形、全等三角形、三角函数的综合题。

4、直线和圆的位置关系。

5、圆的切线的性质

和判定。

6、三角形内切圆以及三角形内心的概念。

7、圆和圆的五种位置关系。

8、两圆的位置关系与两个圆半径的和或差与圆心距之间的关系式。两圆相切、相交的性质。

9、掌握弧长、扇形面积计算公式。

10、理解圆柱、圆锥的侧面展开图。

11、掌握圆柱、圆锥的侧面积和全面积计算。

2024年中考将继续考查圆的有关性质，其中圆与三角形相似（全等）。三角函数的小综合题为考查重点；直线和圆的关系作为考查重点，其中直线和圆的位置关系的开放题、探究题是考查重点；继续考查圆与圆的位置五种关系。对弧长、扇形面积计算以及圆柱、圆锥的侧面积和全面积的计算是考查的重点。

应试对策

圆的综合题，除了考切线必须的问题。一般圆主要和前面的相似三角形，和前面大的知识点接触。就是说几何所有的东西都是通的，你学后面的就自然牵扯到前面的，前面的忘掉了，简单的东西忘掉了，后面要用就不会用了，所以几何前面学到的知识、常用知识，后面随时都在用。直线和圆以前的部分是重点内容，后面扇形的面积、圆锥、圆柱的侧面积，这些都是必考的，后面都是一些填空题和选择题，对于扇形面积公式、圆锥、圆柱的侧面积的公式记住了就可以了。圆这一章，特别是有关圆的性质这两个单元，重要的概念、定理先掌握了，你首先要掌握这些，题目就是定理的简单应用，所以概念和定理没有掌握就谈不到应用，所以你首先应该掌握。掌握之后，再掌握一些这两章的解题思路和解题方法就可以了。你说你已经把一些这个单元的基本定理都掌握了，那么我可以在这里面介绍一些掌握的解题思路，这样你把这些都掌握了，解决一些中等难题。都是哪些思路呢？我暂认为你基本知识掌握了，那么，在圆的有关性质这一章，你需要掌握哪些解题思路、解题方法呢？第一，这两章有三条常用辅助线，一章是圆心距，第二章是直径圆周角，第三条是切线径，就是连接圆心和切点的，或者是连接圆周角的距离，这是一条常用的辅助线。有几个分析题目的思路，在圆中有一个非常重要，就是弧、常与圆周角互相转换，那么怎么去应用，就根据题目条件而定。

考查目标一、主要是指圆的基础知识，包括圆的对称性，圆心角与弧、弦之间的相等关系，圆周角与圆心角之间的关系，直径所对的圆周角是直角，以及垂径定理等内容。这部分内容是圆的基础知识，学生要学会利用相关知识进行简单的几何推理和几何计算

例1、如图，AB是⊙O的直径，BC是弦，OD⊥BC于E，交于D．

(1)请写出五个不同类型的正确结论；

(2)若BC=8，ED＝2，求⊙O的半径．

解题思路：运用圆的垂径定理等内容

解：(1)不同类型的正确结论有：

①BE=CE

;②弧BD=弧CD

③∠BED=90°④∠BOD=∠A;⑤AC∥OD，⑥AC⊥BC;

⑦OE2+BE2=OB2;⑧S△ABC＝BC·OE;⑨△BOD是等腰三角形，⑩△BOE∽△BAC;

(2)∵OD⊥BC，∴BE＝CE=BC=4．

设⊙O的半径为R，则OE=OD－DE=R－2．

在Rt△OEB中，由勾股定理得

OE2＋BE2=OB2，即(R－2)2＋42=R2．解得R＝5．

∴

⊙

O的半径为5

例2.已知：如图等边内接于⊙O，点是劣弧PC上的一点（端点除外），延长至，使，连结．

（1）若过圆心，如图①，请你判断是什么三角形？并说明理由．

（2）若不过圆心，如图②，又是什么三角形？为什么？

A

O

C

D

P

B

图①

A

O

C

D

P

B

图②

解题思路：（1）为等边三角形．

理由：为等边三角形，又在⊙O中

又

．

[来源:Zxxk.Com]

又过圆心，，为等边三角形．

（2）仍为等边三角形

理由：先证（过程同上）

又，又

为等边三角形．

例3.(1)如图OA、OB是⊙O的两条半径，且OA⊥OB，点C是OB延长线上任意一点：过点C作CD切⊙O于点D，连结AD交DC于点E．求证：CD=CE

(2)若将图中的半径OB所在直线向上平行移动交OA于F，交⊙O于B’，其他条件不变，那么上述结论CD=CE还成立吗?为什么?

(3)若将图中的半径OB所在直线向上平行移动到⊙O外的CF，点E是DA的延长线与CF的交点，其他条件不变，那么上述结论CD=CE还成立吗?为什么

解题思路：本题主要考查圆的有关知识，考查图形运动变化中的探究能力及推理能力．

解答：(1)证明：连结OD

则OD⊥CD，∴∠CDE+∠ODA=90°

在Rt△AOE中，∠AEO+∠A=90°

在⊙O中，OA=OD∴∠A=∠ODA，∴∠CDE=∠AEO

[来源:Z|xx|k.Com]

又∵∠AEO=∠CED，∠CDE=∠CED

∴CD=CE

(2)CE=CD仍然成立．

∵原来的半径OB所在直线向上平行移动∴CF⊥AO于F，在Rt△AFE中，∠A+∠AEF=90°．

连结OD，有∠ODA+∠CDE=90°，且OA=OD

．∠A=∠ODA

∴∠AEF=∠CDE

又∠AEF=∠CED

∴∠CED=∠CDE∴CD=CE

(3)CE=CD仍然成立．

∵原来的半径OB所在直线向上平行移动．AO⊥CF

延长OA交CF于G，在Rt△AEG中，∠AEG+∠GAE=90°

连结OD，有∠CDA+∠ODA=90°，且OA=OD∴∠ADO=∠OAD=∠GAE

∴∠CDE=∠CED

∴CD=CE

考查目标二、主要是指点与圆的位置关系、直线与圆的位置关系以及圆与圆的位置关系的相关内容。学生要学会用动态的观点理解和解决与圆有关的位置关系的问题。

例1、是⊙O的直径，切⊙O于，交⊙O于，连A

B

C

P

O

．若，求的度数．

解题思路：运用切线的性质

.切⊙O于是⊙O的直径，∴．

[来源:学。科。网Z。X。X。K]，∴．∴

例2.如图，四边形内接于⊙O，是⊙O的直径，垂足为，平分．

（1）求证：是⊙O的切线；

D

E

C

B

O

A

（2）若，求的长．

解题思路：运用切线的判定

（1）证明：连接，平分，．

．．

．

D

E

C

B

O

A，．

．是⊙O的切线．

（2）是直径，．，．

平分，．．

在中，．

在中，．的长是1cm，的长是4cm．

考查目标三、主要是指圆中的计算问题，包括弧长、扇形面积，以及圆柱与圆锥的侧面积和全面积的计算，这部分内容也是历年中考的必考内容之一。学生要理解圆柱和其侧面展开图矩形、圆锥和其侧面展开图扇形之间的关系。

例1、如图，已知在⊙O中，AB=，AC是⊙O的直径，AC⊥BD于F，∠A=30°.(1)求图中阴影部分的面积；

(2)若用阴影扇形OBD围成一个圆锥侧面，请求出这个圆锥的底面圆的半径.解题思路：（1）法一：过O作OE⊥AB于E，则AE=AB=2。

F

E

在RtAEO中，∠BAC=30°，cos30°=．

∴OA===4．

又∵OA=OB，∴∠ABO=30°．∴∠BOC=60°．

∵AC⊥BD，∴．∴∠COD

=∠BOC=60°．∴∠BOD=120°．

F

∴S阴影==．

法二：连结AD．

∵AC⊥BD，AC是直径，∴AC垂直平分BD。

∴AB=AD，BF=FD。∴∠BAD=2∠BAC=60°，∴∠BOD=120°．

∵BF=AB=2，sin60°=，AF=AB·sin60°=4×=6。

∴OB2=BF2+OF2．即．∴OB=4．∴S阴影=S圆=。

法三：连结BC．

∵AC为⊙O的直径，∴∠ABC=90°。

F

∵AB=4，∴

∵∠A=30°，AC⊥BD，∴∠BOC=60°，∴∠BOD=120°．

∴S阴影=π·OA2=×42·π=。

以下同法一。

（2）设圆锥的底面圆的半径为r，则周长为2πr，∴

O

①

②

③

∴。

例2.如图，从一个直径是2的圆形铁皮中剪下一个圆心角为的扇形．

（1）求这个扇形的面积（结果保留）．

（2）在剩下的三块余料中，能否从第③块余料中剪出一个圆作为底面与

此扇形围成一个圆锥？请说明理由．

（3）当⊙O的半径为任意值时，（2）中的结论是否仍然成立？请说明理由．

解题思路：（1）连接，由勾股定理求得：

①

②

③

（2）连接并延长，与弧和交于，弧的长：

圆锥的底面直径为：，不能在余料③中剪出一个圆作为底面与此扇形围成圆锥．

（3）由勾股定理求得：

弧的长：

圆锥的底面直径为：

且

即无论半径为何值，·

不能在余料③中剪出一个圆作为底面与此扇形围成圆锥．

本DOCX文档由 www.zciku.com/中词库网 生成，海量范文文档任你选，，为你的工作锦上添花,祝你一臂之力！