# 2024-2024学年新教材高中数学 第二章 一元二次函数、方程和不等式

来源：网络 作者：悠然小筑 更新时间：2024-08-27

*第二章一元二次函数、方程和不等式2.1　等式性质与不等式性质【素养目标】1．了解现实世界和日常生活中的等量关系与不等关系．(数学抽象)2．了解不等式(组)的实际背景，会用不等式(组)表示不等关系．(数学建模)3．掌握不等式的性质及应用．(逻...*

第二章一元二次函数、方程和不等式

2.1　等式性质与不等式性质

【素养目标】

1．了解现实世界和日常生活中的等量关系与不等关系．(数学抽象)

2．了解不等式(组)的实际背景，会用不等式(组)表示不等关系．(数学建模)

3．掌握不等式的性质及应用．(逻辑推理)

4．会用作差法(或作商法)比较两个实数或代数式值的大小．(数学运算)

5．能运用等式的性质或不等式的性质解决相关问题．(逻辑推理)

【学法解读】

在相等关系与不等关系的学习中，学生通过类比学过的等式与不等式的性质，进一步探索等式与不等式的共性与差异．

第1课时不等关系与比较大小

必备知识·探新知

基础知识

知识点1 不等式与不等关系

不等式的定义所含的两个要点．

(1)不等符号，\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_或.(2)所表示的关系是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.思考1：不等式“”的含义是什么？只有当“”与“”同时成立时，该不等式才成立，是吗？

提示：不等式应读作“小于或者等于”，其含义是指“或者”，等价于“不大于”，即若或之中有一个正确，则正确．

知识点2 比较两实数，大小的依据

思考2：(1)在比较两实数，大小的依据中，两数是任意实数吗？

(2)若“”，则，的大小关系是怎样的？

提示：(1)是(2)

基础自测

1．判断正误(对的打“√”，错的打“×”)

(1)不等式的含义是指不小于.()

(2)若，则.()

(3)若，则.()

(4)两个实数，之间，有且只有，三种关系中的一种．()

[解析](1)不等式表示或，即不小于.(2)若，则，所以成立．

(3)若，则或者，即.(4)任意两数之间，有且只有，三种关系中的一种，没有其他大小关系．

2．大桥桥头立着的“限重吨”的警示牌，是提示司机要安全通过该桥，应使车和货物的总质量满足关系()

A．  B．

C．   D．

3．已知，则与的大小关系为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.关键能力·攻重难

题型探究

题型一　用不等式(组)表示不等关系

例1 某商人如果将进货单价为元的商品按每件元销售，每天可销售件，现在他采用提高售价，减少进货量的办法增加利润．已知这种商品的售价每提高元，销售量就相应减少件．若把提价后商品的售价设为元，怎样用不等式表示每天的利润不低于元？

[分析]　由“这种商品的售价每提高元，销售量就相应减少件”确定售价变化时相应每天的利润，由“每天的利润不低于元”确定不等关系，即可列出不等式．

[解析]　若提价后商品的售价为元，则销售量减少件，因此，每天的利润为元，则“每天的利润不低于元”可以用不等式表示为.[归纳提升]　将不等关系表示成不等式的思路

(1)读懂题意，找准不等式所联系的量．

(2)用适当的不等号连接．

例2 某矿山车队有辆载重为的甲型卡车和辆载重为的乙型卡车，且有名驾驶员，此车队每天至少要运矿石至冶炼厂．已知甲型卡车每辆每天可往返次，乙型卡车每辆每天可往返次，写出满足上述所有不等关系的不等式．

[分析]　首先用变量，分别表示甲型卡车和乙型卡车的车辆数，然后分析已知量和未知量间的不等关系：(1)卡车数量与驾驶员人数的关系；(2)车队每天运矿石的数量；(3)甲型卡车的数量；(4)乙型卡车的数量．再将不等关系用含未知数的不等式表示出来，要注意变量的取值范围．

[解析]　设每天派出甲型卡车辆，乙型卡车辆，则

即

[归纳提升]　用不等式组表示不等关系的方法

首先要先弄清题意，分清是常量与常量、变量与变量、函数与函数还是一组变量之间的不等关系；然后类比等式的建立过程找到不等词，选准不等号，将量与量之间用不等号连接；最后注意不等式与不等关系的对应，不重不漏，尤其要检验实际问题中变量的取值范围．

【对点练习】❶用一段长为的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园，墙长，要求菜园的面积不小于，靠墙的一边长为，试用不等式表示其中的不等关系．

[解析]　由于矩形菜园靠墙的一边长为，而墙长为，所以，这时菜园的另一条边长为．

因此菜园面积，依题意有，即，故该题中的不等关系可用不等式组表示为

题型二　比较实数的大小

例3 已知，为正实数，试比较与的大小．

[解析]　方法一(作差法)：

.∵，为正实数，∴，，∴，∴.方法二(作商法)：

.∵，∴.方法三(平方后作差)：∵，∴.∵，∴.又，故.[归纳提升]　比较大小的方法

1．作差法的依据：；；.步骤：作差—变形—判断差的符号—得出结论．

注意：只需要判断差的符号，至于差的值究竟是多少无关紧要，通常将差化为完全平方式的形式或多个因式的积的形式．

2．作商法的依据：时，；；.步骤：作商——变形——判断商与的大小——得出结论．

注意：作商法的适用范围较小，且限制条件较多，用的较少．

3．介值比较法：(1)介值比较法的理论根据：若，则，其中是与的中介值．(2)介值比较法的关键是通过不等式的恰当放缩，找出一个比较合适的中介值．

【对点练习】❷当时，比较与的大小．

[解析]

．

因为，所以，而.所以，所以.第2课时　不等式性质

必备知识·探新知

基础知识

知识点不等式的性质

性质　 \_\_\_\_\_\_\_\_；(对称性)

性质，\_\_\_\_\_\_\_\_；(传递性)

性质　 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(同加保序性)

推论：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(移项法则)

性质，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，(乘正保序性)，；(乘负反序性)

性质，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(同向相加保序性)

性质，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(正数同向相乘保序性)

性质　 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．(非负乘方保序性)

思考：(1)性质的推论实际就是解不等式中的什么法则？

(2)性质就是在不等式的两边同乘以一个不为零的数，不改变不等号的方向，对吗？为什么？

(3)使用性质,时，要注意什么条件？

提示：(1)移项法则．

(2)不对．要看两边同乘以的数的符号，同乘以正数，不改变不等号的方向，但是同乘以负数时，要改变不等号的方向．

(3)各个数均为正数．

基础自测

1．判断正误(对的打“√”，错的打“×”)

(1)若，则.()

(2)同向不等式相加与相乘的条件是一致的．()

(3)设，且，则.()

(4)若，则，.()

[解析](1)由不等式的性质，；反之，时，.(2)相乘需要看是否，而相加与正、负和零均无关系．

(3)符合不等式的可乘方性．

(4)取，，满足，但不满足，故此说法错误．

2．设，则下列不等式中一定成立的是()

A．　　　　  B．

C．  D．

3．已知，那么下列不等式成立的是()

A．  B．

C．  D．

[解析]　由，可得，又，∴，故选D．

4．用不等号“>”或“<”填空：

(1)如果，那么\_\_\_\_\_\_；

(2)如果，那么\_\_\_\_\_\_；

(3)如果，那么\_\_\_\_\_\_；

(4)如果，那么\_\_\_\_\_\_.[解析](1)∵，∴，∵，∴.(2)∵，∴.∵，∴，∴.(3)∵，∴，∴，∴，∴，即.(4)∵，所以，.于是，即，即.∵，∴.关键能力·攻重难

题型探究

例1 若，则下列结论正确的是()

A．　　　  B．

C．  D．

[分析]　通过赋值可以排除A，D，根据不等式的性质可判断B，C正误．

[解析]　若，对于A选项，当，时，不成立；对于B选项，等价于，故不成立；对于C选项，故选项正确；对于D选项，当时，不正确．

[归纳提升]　判断关于不等式的命题真假的两种方法

(1)直接运用不等式的性质：把要判断的命题和不等式的性质联系起来考虑，找到与命题相近的性质，然后进行推理判断．

(2)特殊值验证法：给要判断的几个式子中涉及的变量取一些特殊值，然后进行比较、判断．

【对点练习】❶设，是非零实数，若，则下列不等式成立的是()

A．  B．

C．  D．

[解析]　当，时，不一定成立，故A错．因为，符号不确定，故B错.，所以，故C正确．D中与的大小不能确定．

题型二　利用不等式的性质证明不等式

例2设，求证：.[分析]　不等式证明，就是利用不等式性质或已知条件，推出不等式成立．

[证明]　因为，所以.所以，所以.所以.又，所以.所以.[归纳提升]　利用不等式的性质证明不等式注意事项

(1)利用不等式的性质及其推论可以证明一些不等式．解决此类问题一定要在理解的基础上，记准、记熟不等式的性质并注意在解题中灵活准确地加以应用．

(2)应用不等式的性质进行推导时，应注意紧扣不等式的性质成立的条件，且不可省略条件或跳步推导，更不能随意构造性质与法则．

【对点练习】❷若，，求证：.[证明]　因为，所以.又因为，所以.所以.所以.又因为，所以.题型三　利用不等式的性质求范围

例3 已知,.(1)求的取值范围．

(2)求的取值范围．

[解析](1)因为,，所以，所以.(2)由,，得,，所以.[归纳提升]　利用不等式的性质求取值范围的策略

(1)建立待求范围的整体与已知范围的整体的关系，最后利用一次不等式的性质进行运算，求得待求的范围．

(2)同向(异向)不等式的两边可以相加(相减)，这种转化不是等价变形，如果在解题过程中多次使用这种转化，就有可能扩大其取值范围．

【对点练习】❸已知，求与的取值范围．

[解析]　因为，所以，所以，即.因为，所以，所以，又，所以，即.所以.误区警示

错用同向不等式性质

例4 已知,，的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.[错解]　∵,，∴，∴.故填.[错因分析]　把不等式的同向不等式(正项)相乘的性质用到了除法，从而导致错误．

[正解]　∵，∴，又，∴，∴，故填.[方法点拨]　若题目中指定代数式的取值范围，必须依据不等式的性质进行求解，同向不等式具有可加性与可乘性，但是不能相减或相除，解题时必须利用性质，步步有据，避免改变代数式的取值范围．

学科素养

不等关系的实际应用

不等关系是数学中最基本的部分关系之一，在实际问题中有广泛应用，也是高考考查的重点内容．

例5 有三个房间需要粉刷，粉刷方案要求：每个房间只用一种颜色，且三个房间颜色各不相同．已知三个房间的粉刷面积(单位：)分别为，，且，三种颜色涂料的粉刷费用(单位：元/)分别为，，且.在不同的方案中，最低的总费用(单位：元)是()

A．  B．

C．  D．

[分析]　本题考查实际问题中不等关系的建立及利用不等式的性质比较大小．

[解析]　方法一：因为，所以，故；

同理，故.又，故.综上可得，最低的总费用为.方法二：采用特殊值法进行求解验证即可，若，，，则，，.由此可知最低的总费用是.[归纳提升]　对于不等关系判断问题的求解，一般需要通过作差进行推理论证，对运算能力要求较高，但对于具有明确不等关系的式子进行判断时，特殊值法是一种非常值得推广的简便方法．

WORD模版

源自网络，仅供参考！

如有侵权，可予删除！

文档中文字均可以自行修改

本DOCX文档由 www.zciku.com/中词库网 生成，海量范文文档任你选，，为你的工作锦上添花,祝你一臂之力！