# 数学复习 让我们一起领略反比例函数的神奇

来源：网络 作者：独影花开 更新时间：2024-12-18

*让我们一起领略反比例函数的神奇一、个人对反比例函数的几点困惑与感悟1.为何正比例函数的比例系数是比，而反比例函数的比例系数却不是比？2.为何我市中考的反比例函数问题总不像其它函数那么深入？只探究一些皮毛问题！至多探究一下的几何意义（面积），...*

让我们一起领略反比例函数的神奇

一、个人对反比例函数的几点困惑与感悟

1.为何正比例函数的比例系数是比，而反比例函数的比例系数却不是比？

2.为何我市中考的反比例函数问题总不像其它函数那么深入？只探究一些皮毛问题！至

多探究一下的几何意义（面积），例如2024年台州市中考考查的也是“函数的研究

通法”，并非专门深入研究反比例函数.3.过去我们遇到稍难一点的反比例函数问题，就只有“暴力设元”这一途径，总无法避开

多元方程、分式方程、高次方程.4.个人认为作为老师，不应该只应付中考，而应该研究更纯粹的数学，站在更高的位置来

了解数学本质！做到居高临下、解有依据！

5.实际上，反比例函数中也存在很多的“比”，斜比、直比（纵比、横比、纵横比）、面积

比，可以说“比比皆是”！现在就让我们一起来比出精彩、比出神奇.二、一道曾经困惑我多时的中考题

某年宁波市中考的填空压轴题:

如图，的顶点(，)，双曲线经过

点、，当以、、为顶点的三角形与的相似时，则

.1.常规性解法：

通过设元，例如设(，)，则(，)，再根据条件列方程：

(1)利用、、或列方程；

(2)利用列方程；

(3)利用“一线三等角”模型、和列方程.实际上，在上述常规处理方法中，已经透着一点智慧、一点灵性了，具体操作方法中也具

备了一定的技巧性.但我本人对此，却一直难言满意，耿耿于怀！

2.挖掘隐含性质，巧解此题

(1)实际上，此图中含有一些很重要的性质：

过点作轴于，连接，直线分别交

坐标轴于点、.则有①∥；

②，；

③，.基于以上这些性质，有如下解法.(2)我的第一种解法（整体思想）：

由，可得，即，于是，……

(3)我一个同事的解法（斜边转直比）：

由，可得，转为横比，因此，……

(4)我一个学生的解法（斜等转直等）：

由得，则，……

(5)我的第二种解法（平行导角度）：

由∥得，于是，……

(6)下面我们要着重解决两件事：

①上述性质是否永远成立？如何证明？

②解题技巧除上述方法：整体思想、斜边转直比、斜等转直等、平行导角度外，还有斜长转直长、面积比与边比互转、纯面积转化等等，后面将一、一介绍.三、探究性质

1.如图，双曲线与矩形边交于点、，直线交坐标轴于点、.①如图1，若，则；

②如图2，若，则；

③如图3，若，则，直线与的位置关系是，与的大小关系

.图1

图2

图3

2.①如图1，双曲线与直线交于点、，轴于点，轴于

点，请探究直线与的位置关系，线段与的大小关系.②如图2，双曲线与直线交于点、，轴于，轴于，轴于，轴于，请探究直线与、的位置关系，以及

线段与的大小关系.图1

图2

四、最常见思想方法（斜转直）：斜边转直比、斜等转直等、斜长转直长

1.如图，直线反比例函数()图象交直线

于点、，且，则的值为

.(1)常规方法（斜长转直长）：，则，可设(，)，则(，)，列方程解决；

(2)口算巧解（斜边转直比）：

由，得，转为横比得，则，……

2.同类变式题：

如图，直线交坐标轴于点、，双曲线交直线于点、.若，则的值为；

3.难题展示（中国数学教育名师讲堂481230254，每日一题第8题，2024/3/29）

如图，点(，)，在双曲线上，分别交，轴于，分别交，轴于，.(1)求的面积；

(2)求证：.4.原创清新小题和近年的中考题：

(1)如图1，的面积为，则的值为

.(2)如图2，点，在双曲线上运动，轴，.①在运动过程中，的面积是不是定值？答：；

②若，且是正三角形，则点的坐标为

.(3)如图3，□中，，双曲线经过点和中点，则该双

曲线的解析式为

.(4)如图4，直线与分别与双曲线交于点、，则的值为

.图1

图2

图3

图4

(5)(十堰)如图5，正的边长为，双曲线经过点、，且，则的值为

.(6)如图6，双曲线与直线交于点、.①(原创、铺垫②)若、，且，则；

②(常州模拟·改编)若，且，则；

③(杭州模拟·改编)若，且，则

.(7)(据上题改编)如图7，为双曲线上的动点，过点作矩形，直线的解析式为，交矩形边于，则

.图5

图6

图7

五、面积比、边比互转

1.①(原创、铺垫)如图1①，直线与双曲线交于点，为双曲线上一点，射线交轴于点，若的面积为，则点坐标为；

②(成都)如图1②，直线与双曲线交于点、，为双曲线上一点，射线交轴于点，若的面积为，则点坐标为

.2.(无锡)如图2，轴，∥轴，双曲线过点、，且，已知的面积为，则的值为

.图1①

图1②

图3

3.(宁波)如图3，正的顶点在双曲线上，双曲线与边交于点，连接，则的面积为

.4.(丽水)如图4，双曲线与直线交于点、，轴，设点的横坐标为.①用含的式子表示；

②若与四边形的面积和为，则

.5.如图5，双曲线与直线交于点、.①(常州模拟)若，且，则；

②(改编自①)若、，且，则

.图3

图4

图5

6.如图6，轴，为中点，延长到，延长到，若双曲线恰

好经过点，且，则

.7.如图7，双曲线过点，过点，若，均与轴平行，，且它们之间的距离长为，则

.8.如图8，直线交双曲线于点，若，则

.图6

图7

图8

9.如图，点在双曲线上，轴，延长线交轴于，若的面积为，则的值为

.10.如图，点、在双曲线上，轴，轴，垂足、分别在轴的正半轴和负半轴上，，是的中点，若面积是的倍，则的值为

.六、反比例函数图象中的“一线三等角”构造，初探黄金比例

1.如图1，中，，双曲线经过点、，且点的纵坐标为，则的值为

.(1)剖析：对于坐标系中的一个直角，若两条边均“倾斜”，我们经常构造“”形全

等或相似，即“一线三等角”模型，或叫“矩形大法”，见图2，得.(2)后感：我们可以发现，矩形恰好是一个“黄金矩形”，这到底是一种偶然的巧

合，还是一种必然的存在呢？这有待于我们进一步探究…

(3)探究(2024临沭模拟)：如图3，双曲线与矩形的边交于点，若

设点的坐标为(，)，且有，则

.图1

图2

图3

2.类似题：

①(2024临海模拟·填空压轴题)

如图，，双曲线经过

点，双曲线经过点，已知点的纵坐标

为，则，点的坐标为

.②(个人原创)如图2，中，，双曲线经过点，双曲线经过点，且

点的纵坐标为，则的值为

.3.难题展示（常州·于新华老师原创题）

(1)如图1，点(，)，均在双曲线上，过点作轴垂线，过点作轴

垂线，两垂线交于点，垂足分别为，将沿翻折，点恰好落在轴上的点处.求点的坐标.(2)如图2，点(，)，均在双曲线上，过点作轴垂线，过点作轴

垂线，两垂线交于点，垂足分别为，将沿翻折，点恰好落在轴上的点处.求点的坐标.图1

图2

4.如图，矩形的边的解析式为，顶点，在双曲线上.①若，则点的坐标为；

②连接，若是等边三角形，则

.后感：若能发现，本题将更简单！

拓展：如图，正方形的顶点、在双曲

线上，、在双曲线上，则正方形的面积为

.5.(2024湖州模拟)

如图1，矩形的顶点、在双曲线上，若点(，)，则点的坐标为

.6.如图2，矩形中，点(，)，点，在双曲线上，若为

中点，则的值为

.图1

图2

7.①如图1，点，在双曲线上运动，以为底边作等腰直角，则点

也在一条双曲线上运动，则该双曲线的解析式为；

②如图2，点，在双曲线上运动，以为底边作等腰，则点也

在一条双曲线上运动，若，则该双曲线解析式为；

③如图3，点，在双曲线上运动，以为底作等腰，点在另一

双曲线上运动，若，请用，表示

.图1

图2

图3

七、平行导角度，角度导比例

1.如图，点，在双曲线上，经过原点，过点作∥轴，连接

并延长，交双曲线于点.①求证：；

②求的值.根据本题的发现，改编了一个清新小题：

如图，点，在双曲线上，经过原点，过点的直线交该

双曲线于点，分别交轴，轴于点，若，.求的值.2.如图，直线交在双曲线于点、，经过原点，过作

交轴于点，连接并延长，交双曲线于点.求的值.3.如图，双曲线与过原点的直线交于点、，点在双曲线上，直线、分别交轴于点、.若设，则

.4.如图，双曲线经过点、、，求证：.八、纯面积推导

1.如图，点(，)，在双曲线上，分别交，轴于，分别交，轴于，.求证：.(此方法感谢江苏·于新华老师的指导！)

2.(2024菏泽)如图，均是等腰直角三角形，双曲线经过点，交线

段与点，求与的面积之差.后感：①题中条件“，均是等腰直角三角形”可如何改变？

②写出，的关系：

.3.(十堰)如图5，正的边长为，双曲线经过点、，且，则的值为

.4.(常州)如图1，双曲线经过点、，且，求的值；

5.如图2，双曲线经过点、、，求证：.图1

图2

本DOCX文档由 www.zciku.com/中词库网 生成，海量范文文档任你选，，为你的工作锦上添花,祝你一臂之力！