# 100测评网高二数学练习卷函数极限

来源：网络 作者：清幽竹影 更新时间：2024-01-23

*第一篇：100测评网高二数学练习卷函数极限欢迎登录100测评网进行学习检测，有效提高学习成绩.求第一类函数的极限例讨论下列函数当x,x,x时的极限：1（1）f(x)1 2（2）f(x)x1 x1（x0...*

**第一篇：100测评网高二数学练习卷函数极限**

欢迎登录100测评网进行学习检测，有效提高学习成绩.求第一类函数的极限

例讨论下列函数当x,x,x时的极限：

1（1）f(x)1 2

（2）f(x)x1 x

1（x0）2（3）h(x)x2 x0）x1

分析：先作出函数的图像，根据函数极限的定义，观察、分析函数值的变化趋势来讨论所给函数的极限．

解：作出所给各函数的图像

由图像可知：

（1）limf(x)不存在，limf(x)1,limf(x)不存在 xxx

（2）limg(x)0,limg(x)0,limg(x)0 xxx

（3）limh(x)1,limh(x)2,limg(x)不存在． xxx

说明：函数f(x)当x时的极限与数列an当n时的极限不同，前者包括当

f(x)limf(x)时，limf(x)的极x时的极限，当x时的极限，只有xlimxx

限才存在．

1n1x由于lim11，容易错误地认为lim11．事实上，nx22

1x1x1xlim11，xlim1不存在，所以lim1的极不存在． xx222

求函数的左右极限

例讨论下列函数在点x1处的左极限、右极限以及函数在x1处的极限：

x1(x1)（1）f(x) logx(x1)

4（2）g(x)x1(x1)

x(x1)

21(x1)（3）h(x)x

1(x1)2(x1)

(x1)(x23x2)（4）(x) x2

分析：先作出各个函数的图像，通过观察、分析函数的图像，函数的变化趋势，根据函数的极限的定义，求出函数在点x1处的左、右极限以及在x1处的极限．

解：作出所给各函数的图像．

由图像可知：

f(x)0,limf(x)0，因此limf(x)0．（1）limx1x1x

1g(x)0,limg(x)1，因此limg(x)不存在．（2）limx1x1x1

h(x)不存在，limh(x)0，因此limh(x)不存在．（3）limx1x1x1

(x1)(x23x2)(x1)2(x2)．（4）(x)x

2由函数极限的定义有：

x1lim(x)lim(x)limh(x)0． x1x1

说明：利用定义求函数在一点处的左、右极限是最常用的方法，分段函数在分点处的log4x． 左、右极限与分点附近两侧的解析式有关，不能代错，如（1）中limf(x)limx1x

1判断函数的极限是否存在x21例判断函数f(x)在x=1处的极限是否存在． x分析：函数表达式中含有绝对值符号，因此要分类讨论，即分别求点x1处的左极限和右极限． x21x21解：limlimlim(x1)2； x1xx11xx1

x21x21limlimlim(x1)2.x1x1x1x1x1

x21x21x21因为lim，所以函数f(x)在x=1处的极限不存在． limx1xx1x1x说明：本题表明了函数在一点处的极限与函数在这点的左极限、右极限的关系，即

xx0limf(x)alimf(x)limf(x)a.xx0xx0

本卷由《100测评网》整理上传，专注于中小学生学业检测、练习与提升.

**第二篇：函数极限**

《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

第三章 函数极限

教学目的：

1.使学生牢固地建立起函数极限的一般概念，掌握函数极限的基本性质； 2.理解并运用海涅定理与柯西准则判定某些函数极限的存在性； 3.掌握两个重要极限

和，并能熟练运用；

4.理解无穷小（大）量及其阶的概念，会利用它们求某些函数的极限。教学重（难）点：

本章的重点是函数极限的概念、性质及其计算；难点是海涅定理与柯西准则的应用。

教学时数：16学时

§ 1 函数极限概念（3学时）

教学目的：使学生建立起函数极限的准确概念；会用函数极限的定义证明函数极限等有关命题。

教学要求：使学生逐步建立起函数极限的定义的清晰概念。会应用函数极限的定义证明函数的有关命题，并能运用语言正确表述函数不以某实数为极限等相应陈述。

教学重点：函数极限的概念。

教学难点：函数极限的定义及其应用。

一、复习：数列极限的概念、性质等

二、讲授新课：

（一）时函数的极限：

《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

例4 验证

例5 验证

例6 验证

证 由 =

为使

需有

需有

为使

于是, 倘限制 , 就有

例7 验证

例8 验证(类似有

（三）单侧极限:

1．定义：单侧极限的定义及记法.几何意义: 介绍半邻域

《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

我们引进了六种极限:.以下以极限，为例讨论性质.均给出证明或简证.二、讲授新课：

（一）函数极限的性质: 以下性质均以定理形式给出.1.唯一性:

2.局部有界性:

3.局部保号性:

4.单调性(不等式性质):

Th 4 若使，证 设

和都有 =

(现证对 都存在, 且存在点 的空心邻域)，有

註: 若在Th 4的条件中, 改“ 就有

5.6.以

迫敛性:

”为“ 举例说明.”, 未必

四则运算性质:(只证“+”和“ ”)

（二）利用极限性质求极限： 已证明过以下几个极限：

《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

例8

例9

例10 已知

求和

补充题:已知

求和（）§ 3 函数极限存在的条件（4学时）

教学目的：理解并运用海涅定理与柯西准则判定某些函数极限的存在性。教学要求：掌握海涅定理与柯西准则，领会其实质以及证明的基本思路。教学重点：海涅定理及柯西准则。教学难点：海涅定理及柯西准则 运用。

教学方法：讲授为主，辅以练习加深理解，掌握运用。本节介绍函数极限存在的两个充要条件.仍以极限

为例.一.Heine归并原则——函数极限与数列极限的关系：

Th 1 设函数在,对任何在点

且的某空心邻域

内有定义.则极限都存在且相等.(证)

存Heine归并原则反映了离散性与连续性变量之间的关系,是证明极限不存在的有力工具.对单侧极限,还可加强为

单调趋于

.参阅[1]P70.例1 证明函数极限的双逼原理.7 《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

教学难点：两个重要极限的证明及运用。

教学方法：讲授定理的证明，举例说明应用，练习。一．

（证）（同理有）

例1

例2.例3

例4

例5 证明极限 不存在.二.证 对

有

例6

特别当 等.例7

例8

《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

三． 等价无穷小：

Th 2(等价关系的传递性).等价无穷小在极限计算中的应用: Th 3(等价无穷小替换法则)

几组常用等价无穷小:（见[2]）

例3 时, 无穷小

与

是否等价? 例4

四.无穷大量:

1.定义:

2.性质:

性质1 同号无穷大的和是无穷大.性质2 无穷大与无穷大的积是无穷大.性质3 与无界量的关系.无穷大的阶、等价关系以及应用, 可仿无穷小讨论, 有平行的结果.3.无穷小与无穷大的关系:

无穷大的倒数是无穷小,非零无穷小的倒数是无穷大

习题 课（2学时）

一、理论概述：

《数学分析》教案

第三章 函数极限

xbl

例7.求

.注意 时, 且

.先求

由Heine归并原则

即求得所求极限

.例8 求是否存在.和.并说明极限

解;

可见极限 不存在.--32

**第三篇：函数极限**

习题

1.按定义证明下列极限:

(1)limx6x5=6;(2)lim(x2-6x+10)=2;x2x

x251;(4)lim(3)lim2xx1x2

(5)limcos x = cos x0 xx04x2=0;

2.根据定义2叙述limf(x)≠ A.xx0

3.设limf(x)= A.,证明limf(x0+h)= A.xx0h0

4.证明:若limf(x)= A,则lim| f(x)| = |A|.当且仅当A为何值时反之也成立? xx0xx0

5.证明定理3.1

6.讨论下列函数在x0→0 时的极限或左、右极限:(1)f(x)=x

x;(2)f(x)= [x]

2x;x0.(3)f(x)=0;x0.1x2,x0.

7.设 limf(x)= A,证明limf(xxx01)= A x

8.证明:对黎曼函数R(x)有limR(x)= 0 , x0∈[0,1](当x0=0或1时,考虑单侧极限).xx0

习题

1． 求下列极限：

x21（1）lim2（sinx－cosx－x）;(2)lim;x02x2x1x22

x21x113x;

lim(3)lim;(4)

x12x2x1x0x22x3

xn1(5)limm(n,m 为正整数)；（6）lim

x1xx41

（7）lim

x0

2x3x2

70；

a2xa3x68x5.（a>0）;(8)lim

xx5x190

2． 利用敛性求极限：(1)lim

x

xcosxxsinx

;(2)lim2

x0xx4

xx0

3． 设 limf(x)=A, limg(x)=B.证明：

xx0

（1）lim[f(x)±g(x)]=A±B;

xx0

（2）lim[f(x)g(x)]=AB;

xx0

（3）lim

xx0

f(x)A

=(当B≠0时)g(x)B

4． 设

a0xma1xm1am1xam

f(x)=,a0≠0,b0≠0,m≤n,nn1

b0xb1xbn1xbn

试求 limf(x)

x

5． 设f(x)>0, limf(x)=A.证明

xx0

xx0

lim

f(x)=A，其中n≥2为正整数.6.证明limax=1(0

x0

7.设limf(x)=A, limg(x)=B.xx0

xx0

(1)若在某∪(x0)内有f(x)B,则在某∪(x0)内有f(x)> g(x).8.求下列极限（其中n皆为正整数）：(1)lim 

x0

x

x11

lim;(2);nnx0x1xx1x

xx2xnn

(3)lim;(4)lim

x0x0x1

x1

x

(5)lim

x

x(提示：参照例1)

x

x0

x0

x0

9．（1）证明：若limf(x3)存在，则limf(x)= lim f(x3)（2）若limf(x2)存在，试问是否成立limf(x)=limf(x2)?

x0

x0

x0

习题

1.叙述函数极限limf(x)的归结原则,并应用它证明limcos x不存在.n

n

2.设f 为定义在[a,+)上的增(减)函数.证明: lim= f(x)存在的充要条件是f在n

[a,+)上有上(下)界.3.(1)叙述极限limf(x)的柯西准则;

n

(2)根据柯西准则叙述limf(x)不存在的充要条件,并应用它证明limsin x不存在.n

n

4.设f在∪0(x0)内有定义.证明:若对任何数列{xn}∪0(x0)且limxn=x0,极限limf(xn)都

n

n

存在,则所有这极限都相等.提示: 参见定理3.11充分性的证明.5设f为∪0(x0)上的递减函数.证明:f(x0－0)和f(x0+0)都存在,且f(x0－0)=supf(x),f(x0+0)=

0xu

x0

0xun(x0)

inff(x)

6.设 D(x)为狄利克雷函数,x0∈R证明limD(x)不存在.xx0

7.证明:若f为周期函数,且limf(x)=0,则f(x)=0

x

8.证明定理3.9

习题

1.求下列极限

sin2xsinx3

(1)lim;(2)lim

x0x0sinx2x

(3)lim

x

cosxx



tanxsinxarctanx

lim(5)lim;(6);3x0x0xx

sin2xsin2a1

(7)limxsin;(8)lim;

xxaxxa

;(4)lim

x0

tanx

;x

cosx2

(9)lim;(10)lim

x0x01cosxx11

sin4x

2.求下列极限

12x

(1)lim(1);(2)lim1axx(a为给定实数);

nx0x

x

(3)lim1tanx

x0

cotx

;(4)lim

1x

;

x01x

(5)lim（x

3x22x1);(6)lim(1)x(,为给定实数)

n3x1x

3.证明:limlimcosxcoxcos4.利用归结原则计算下列极限:(1)limnsin

n



x0n





x2

xxcos1 2n22



n

;(2)

习题

1． 证明下列各式

(1)2x－x2=O(x)(x→0);(2)x sinxO(x)(x→0);

+

(3)x1o(1)(x→0);

(4)(1+x)n= 1+ nx+o(x)(x→0)(n 为正整数)(5)2x3 + x2=O(x3)(x→∞);

(6)o(g(x))±o(g(x))=o(g(x))(x→x0)

(7)o(g1(x))·0(g2(x))=o(g1(x)g2(x))(x→x0)2． 应用定理3.12求下列极限：

x21x(1)lim(2)lim x01cosxxxcosx

x3． 证明定理3.13

4． 求下列函数所表示曲线的渐近线：

13x34

(1)y =;(2)y = arctan x;(3)y = 2

xx2x

5． 试确定a的值，使下列函数与xa当x→0时为同阶无穷小量：

(1)sin2x－2sinx;(2)

－(1－x);1x

(3)tanxsinx;(4)

x24x3

6． 试确定a的值，使下列函数与xa当x→∞时为同阶无穷大量：

(1)

x2x5;(2)x+x2(2+sinx);

(3)(1+x)(1+x2)…(1+xn).7． 证明：若S为无上界数集，则存在一递增数列{xn}s，使得xn→+∞(n→∞)

8． 证明：若f为x→r时的无穷大量，而函数g在某U0(r)上满足g(x)≥K>0，则fg为x→r

时的无穷大量。

9． 设 f(x)~g(x)(x→x0)，证明：

f(x)－g(x)= o(f(x))或 f(x)－g(x)= o(g(x))

总 练习题

1． 求下列极限：

1

(x[x])lim([x]1)(1)lim;(2)

x3

x1

(3)lim（x

axbxaxbx)

xxa

(4)lim

x

(5)lim

xxa

x

(6)lim

xxxx

x0

(7)lim

nm,m,n 为正整数 nx11xm1x

2． 分别求出满足下述条件的常数a与b：

x21

(1)limaxb0 xx1

x(3)limx

(2)lim

xxx2

x1axb0

x1axb0

x2

3． 试分别举出符合下列要求的函数f：

(1)limf(x)f(2)；(2)limf(x)不存在。

4． 试给出函数f的例子，使f(x)>0恒成立，而在某一点x0处有limf(x)0。这同极限的xx0

局部保号性有矛盾吗？

5． 设limf(x)A，limg(u)B，在何种条件下能由此推出

xa

gA

limg(f(x))B?

xa

6． 设f(x)=x cos x。试作数列

(1){xn} 使得 xn→∞(n→∞), f(xn)→0(n→∞);(2){yn} 使得 yn→∞(n→∞), f(yn)→0(n→∞);(3){zn} 使得 zn→∞(n→∞), f(zn)→0(n→∞).7． 证明：若数列{an}满足下列条件之一，则{an}是无穷大数列：

(1)limanr1

n

(2)lim

an1

s1(an≠0,n=1,2,…)

nan

n2

n2

8． 利用上题（1）的结论求极限：

(1)lim1

n

11(2)lim1

nnn

9． 设liman，证明

n

(1)lim

(a1a2an) nn

n

(2)若an > 0(n=1,2,…),则lima1a2an 10.利用上题结果求极限：

(1)limn!(2)lim

n

In(n!)

nn

11.设f为U-0(x0)内的递增函数。证明：若存在数列{xn}U-0(x0)且xn→x0(n→∞)，使得

limf(xn)A，则有

n

f(x0－0)=

supf(x)A

0xU(x0)

12.设函数f在(0,+∞)上满足方程f(2x)=f(x)，且limf(x)A。证明：f(x)A，x∈(0,+∞)

x

13.设函数f在(0,+∞)此上满足方程f(x2)= f(x)，且

f(x)=limf(x)f(1)lim

x0

x

证明：f(x)f(1)，x∈(0,+∞)

14.设函数f定义在(a,+∞)上，f在每一个有限区间内(a,b)有界，并满足

x

lim(f(x1)f(1))A证明

x

lim

f(x)

A x

**第四篇：函数极限**

数学之美2024年7月第1期

函数极限的综合分析与理解

经济学院 财政学 任银涛 0511666

数学不仅仅是工具，更是一种能力。一些数学的方法被其它学科广泛地运用。例如，经济学中的边际分析、弹性分析等方法。函数极限是高等数学中的一个重要问题。极限可以与很多的数学问题相联系。例如，导数从根本上是求极限；函数连续首先要求函数在某一点的左极限等于右极限。有鉴于函数极限的重要性，结合自己的学习心得，笔者写下了此文。其目的在于归纳和总结解决函数极限问题的实用方法和技巧，以期对函数极限问题的学习有所帮助。局限于笔者的认知水平，缺点和不足在所难免，欢迎批评指正。

一、函数极限的定义和基本性质

函数极限可以分成x→x0，x→∞两类，而运用ε-δ定义更多的见诸于已知

极限值的证明题中。掌握这类证明对初学者深刻理解运用极限定义大有裨益。以xx0的极限为例，fx在点x0以A极限的定义是：0,0,使当0xx0时，有f(x)A(A为常数).问题的关键在于找到符合定义要求的，在这一过程中会用到一些不等式技巧，例如放缩法等。1999年的研究生考试试题中，更是直接考察了考生对定义的掌握情况。详见附例1。

函数极限性质的合理运用。常用的函数极限的性质有函数极限的唯一性、局部有界性、保序性以及函数极限的运算法则和复合函数的极限等等。如函数极限的唯一性（若lim存在，则在该点的极限是唯一的）可以体现在用海涅定理证明xx0

\'\'即如果fxnA，fxn，fx在x0处的极限不存在。B（n,xn和xnx0）

则fx在x0处的极限不存在。

运用函数极限的性质可以方便地求出一些简单函数的极限值。例如对于有理分式fxPxPx,Qx均为多项式，Qx0）。设Px的次数为n,Qx的Qx次数为m，当x时，若nm，则fx0;若nm，则fxPx与Qx的最高次项系数之比；若nm，则fx。当xx0时,f(x)P(x0)(Q(x0)0)。Q(x0)

二、运用函数极限的判别定理

最常用的判别定理包括单调有界定理和夹挤定理，在运用它们去求函数的极限时尤需注意以下关键之点。一是先要用单调有界定理证明收敛，然后再求极限值，参见附例2。二是应用夹挤定理的关键是找到极限值相同的函数gx与

hx，并且要满足gxfxhx，从而证明或求得函数fx的极限值。

三、应用等价无穷小代换求极限

掌握常用的等价无穷小很重要。等价无穷小代换可以将复杂的极限式变的简单明了，让求解过程变得简明迅速。

x0时，sinx与x，tanx与x，arcsinx与x，arctanx与x，1cosx与x2，xa，ax1与xlna，1a与ax（a0）等等可ln1x与x，loga1x与lna

以相互替换。特别需要注意的是，等价无穷小代换只能用于分子、分母中的乘积

sinxx

因子，而对于加减法运算则不能运用。例如lim，不能直接把sinx替换

x0x

3sinxx

1成x，得出极限值为0，实际上lim。

x0x36

四、运用洛必达法则求函数极限

设函数fx，gx在点a的某空心邻域可导，且g\'(x)0。当xa时，fxf\'x，fx和gx的极限同时为0或时才适用\'A（A为常数或）

gxgx洛必达法则。洛必达法则实际上把求函数极限问题转化为学生较为拿手的求导数

0、00、1、0等类型则需要问题。这使得求解思路简单程序化。而对于、0

对式子进行转化，或通分或取倒数或取对数等转化为型，再使用洛必达法

0

则求极限。例如fx

gx的极限转化为求egxlnfx的极限等等。然而，对于数列，则必须转化为函数再运用洛必达法则。这是因为如果把数列看作是自变量为n的函数时，它的定义域是一系列孤立的点，不存在导数。这是使用洛必达法则时必须要注意的一点。参见附例3。

五、泰勒公式的运用

对于使用洛必达法则不易求出结果的复杂函数式，可以考虑使用泰勒公式。这样将函数式化为最高次项为相同或相近的式子，这时就变成了求多项式的极限值（接着求值见上文所述方法），使计算一目了然。因此掌握和记忆常用基本初

等函数的麦克劳林展开式是十分必要的。如ex，sinx，cosx，ln1x等等。至于展开式展开多少，则要与题干中的自变量x最高次项保持一致。如

cosxelimx0x4x4)。

x

2利用泰勒公式展开cosx,e



x22，展开到x4即可(原式x最高次项为

六、利用微分中值定理来求极限

f(x)在a,b上连续，在a,b上可导，则至少存在一点a,b，使

f\'()

f(b)f(a)\'f(b)f(a),f()即可看成特殊的极限，用来求解。一般需

baba

要函数式可以看成同一函数的区间端点的差，这样可以使用微分中值定理。参见附例4。

另外，一些重要的结论往往在求极限时可以直接加以引用，例如

lim(1x)e，lim

x0

1x

sinx



1，

1，1等等。

x0nnx

求极限的方法和技巧更多的在于实践中的摸索和探讨，上述方法只是笔者在高等数学学习和练习的一些心得，求极限的方法还有很多。局限于笔者的认知水平，缺点和不足在所难免，敬请批评指正。

南开大学张阳和张效成老师的课堂教学给了笔者很大的启发，在此向两位老师表示感谢。

附：例1：对任意给定的0,1，总存在正整数N,使得当nN时，恒有。xna2，是数列xn收敛于a的（）

A 充分非必要条件 B必要非充分条件C充分必要条件D既非充分又非必要条件

解析：这道题是1999年全国考研试卷(二)的数学选择题，这道题直接考察了对极限定义的掌握和理解。

例2：若x1a，y1b（ba0），xn1xnyn，yn1明数列xn,yn有相同的极限。（见习题册1 Page.18）

解析：由已知条件易知，by1y2……yn1xn1……x1a，数列

xn1yn

1，试证

2文中习题册是指南开大学薛运华，赵志勇主编的《高等数学习题课讲义（上册）》，为学生用数学练习册。

xyn

limyn1linxn，yn单调有界，可以推出xn，yn收敛。nn

n

。设

limynA，limxnB，则A

n

AB,AB。2

例3：求lim(ntan)n的值。（见课本2 Page.153）

nn

1

解析：这是数列。设fxxtan，则对limfx可以运用洛必达法则，xx且原式=limfx。

x

x2

aa

arctan),a0

nnn1

arctan解析：如例题3，设fxa，则在x,x1上fx连续，在x,x1内

x

例4：求limn2(arctan

可导。于是，x,x1,f\'()arctan

aaaarctan2（使用微分中x1xa2

a)a。22

a

值定理可得）。x,则,原式=lim2（

参考书目

[1] 张效成主编，《经济类数学分析（上册）》，天津大学出版社，2024年7月 [2] 薛运华，赵志勇主编，《高等数学习题课讲义（上册）》，南开大学 [3] 张友贵等，《掌握高等数学（理工类、经济类）》，大连理工出版社，2024年11月

[4]《硕士研究生入学考试试题》，1984—2024

※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○※○

文中课本是指笔者使用的天津大学出版社05年7月版的《经济类数学分析（上册）》张效成主编

**第五篇：函数极限证明**

函数极限证明

记g(x)=lim^(1/n)，n趋于正无穷;

下面证明limg(x)=max{a1,...am},x趋于正无穷。把max{a1,...am}记作a。

不妨设f1(x)趋于a;作b>a>=0,M>1;

那么存在N1,当x>N1,有a/MN2时，0Ni时，0N,有

(a/M)^n<=f1(x)^n<=f1(x)^n+...fm(x)^n所以a/M<=^(1/n)

本DOCX文档由 www.zciku.com/中词库网 生成，海量范文文档任你选，，为你的工作锦上添花,祝你一臂之力！